

1. cvičení - Spojitost a vrstevnice + Otvorené a uzavreté množiny

👉 = příklady, ktoré by bolo dobré spraviť

Příklad 1. Určete a nakreslete definiční obor a vrstevnice dané funkce, nakonec určete, kde je spojitá.

(a) $f(x, y) = 2x + 3y + 1$.

(e) $f(x, y) = \sqrt{xy}$.

(b) 👉 $f(x, y) = \min(x, y)$.

(f) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

(c) $f(x, y) = x + \sqrt{y}$.

(g) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$.

(d) $f(x, y) = x^2 + y^2$.

Příklad 2 (Neřešené). Určete a nakreslete definiční obor a vrstevnice dané funkce, nakonec určete, kde je spojitá.

(a) $f(x, y) = \frac{y}{x}$.

(e) $f(x, y) = \text{sign}(\sin x \cdot \sin y)$.

(b) $f(x, y) = x^2 - y^2$.

(f) $f(x, y) = |x| + y$.

(c) $f(x, y) = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}$.

(d) $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$.

(g) $f(x, y) = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$.

Příklad 3. Rozhodnite, či dané množiny sú otvorené, uzavreté, poprípade či nie sú kompaktné. Ďalej určte ich vnútro, hranicu a uzáver.

(a) $M = \{\mathbf{x}\}$, kde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ je daný.

(h) $M = (-\infty, +\infty) \subset \mathbb{R}$.

(b) $M \subset \mathbb{R}^n$ neprázdna a konečná.

(i) $M = \mathbb{N}$.

(c) $M = (0, 1) \subset \mathbb{R}$.

(j) 👉 $M = \mathbb{Q}$.

(d) $M = [0, 1] \subset \mathbb{R}$.

(k) $M = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

(e) $M = [0, 1) \subset \mathbb{R}$.

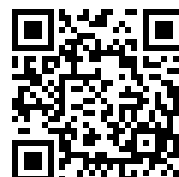
(l) 👉 $M = \{\frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$.

(f) $M = (0, +\infty) \subset \mathbb{R}$.

(m) $M = \{[\frac{1}{n}, 0]; n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}^2$.

(g) $M = [0, +\infty) \subset \mathbb{R}$.

(n) $M = \{[\frac{1}{n}, 0]; n \in \mathbb{N}\} \cup \{[0, 0]\} \subset \mathbb{R}^2$.



Příklad 4 (Úrovňové množiny). Rozhodněte zda jsou zadané množiny otevřené či uzavřené. Najděte jejich vnitřek, uzávěr a hranici.

- (a) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x > 0, y \leq 0\}$.
- (b) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$.
- (c) 🍷 $M =$ jednotková kružnice v $\mathbb{R}^2$ bez bodu $[1, 0]$.
- (d) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} < 1\}$.
- (e) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \geq 9\}$.
- (f) 🍷 $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + e^y > 17\}$.
- (g) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 + 2xy = 5\}$.
- (h) 🍷 $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; |x - y| = x - y\}$.
- (i) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; |x + y| > x + y\}$.
- (j) $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x \geq 0, y > 0, x + y = 2, z \leq 0\}$.

Příklad 5. Rozhodněte zda jsou zadané množiny otevřené či uzavřené. Najděte jejich vnitřek, hranici a uzávěr. Množiny načrtněte.

- (a) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 1 < x^2 + y^2 < 4\}$.
- (b) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x < y < x + 3\}$.
- (c) 🍷 $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 \leq y \leq x^2 + 1\}$.
- (d) $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; |x| > 1\}$.

Výrok 6. Množiny nie sú ako dvere. Nemusia byť iba otvorené a zatvorené.

